Élménybeszámoló 30 évről

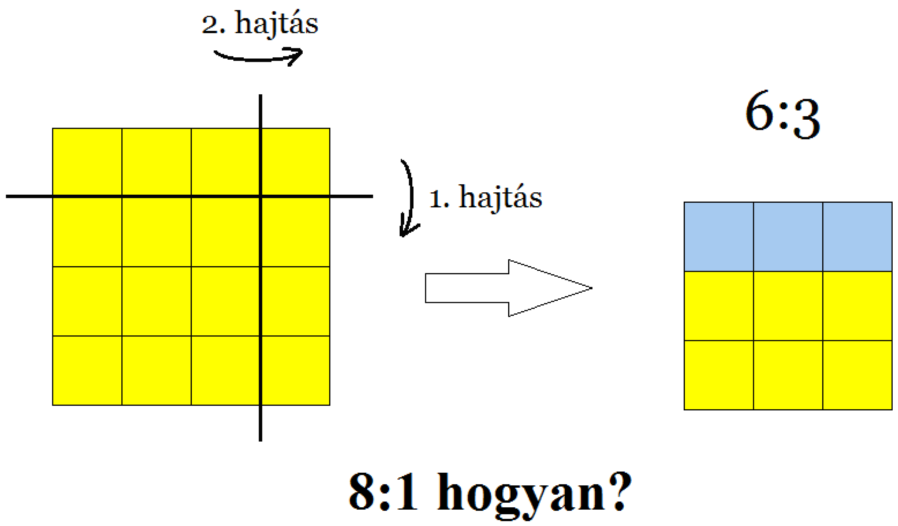
Ez a 30 kerekített érték. A valódi érték 31, vagy még több is, ha számolom a diákéveket.

Emlékszem diákkoromból szép és érdekes feladatokra, amelyeken élmény volt gondolkozni, akár napokon, heteken át. Kilencedikesként hallottam a tanáromtól, hogy egy szöget körzővel, vonalzóval még senki sem harmadolt meg. Hát ez egyszerű kérdés! Szakaszt tudok harmadolni, szöget tudok felezni, majd én megharmadolom a szöget! Sokáig próbálkoztam ezzel, persze hiába. A tanárom azt nem mondta el, hogy nem is lehet így szöget harmadolni! De voltak megoldható feladványok is, a FEB-levelezés keretében havonta jöttek a számomra megoldható, szép feladatok.

A matematikát meg tudjuk szerettetni élményszerű, érdekes feladatokkal. Az élmények fontosak, ezek meghatározóak az életünk alakulásában.

Mire emlékszünk 10-20-30 év múlva a matematikaórákról? Mi az, ami megmarad a tanításból? Gondoljunk erre, amikor tanítunk.

Versenyhelyzetben jobban teljesítünk



Tanulság: Ha önálló munkára kapom, próbálkozom, és feladom. Versenyhelyzetben küzdök, és nem adom fel. Versenyhelyzetben jobban teljesítünk.

Péterrel készültünk a Zrínyire, kiábrándító volt, amikor Péter a 150 pontból 100-110-et szerzett a felkészülés során. Nincs miért elmenni a versenyre! Azután a versenyen begyűjtött 130-140 pontot. A versenyhelyzet doppingol!

Azt már régen végiggondoltam, ha valami csoda folytán beülhetnék a nyolcadikosok Kalmár döntőjére, ott szerintem az első 10-ben végeznék. Ha a nyolcadikosok Zrínyi döntőjén vennék részt, ott biztos, hogy nem kerülnék be az első 10-be.

Volt, hogy én felügyeltem a szakköröseimre, amikor a Kengurut írták, és közben én is megoldottam a hatodikos feladatsort. Érdemes kipróbálni ezt az élményt, hogy vajon megelőzzük-e legjobb tanítványainkat. Annak örüljünk, ha nem. A zseniális úszóedző, Széchy Tamás sem úszott gyorsabban, mint az olimpiai bajnok úszói.

Ajánlom mindenkinek a Tanárversenyt. Most 10 éves a verseny.

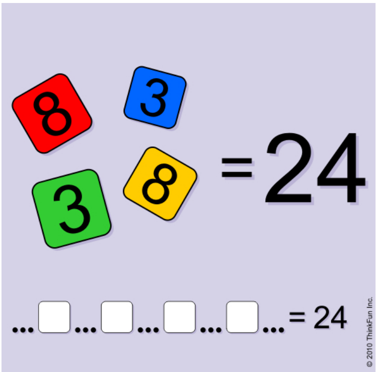
Ha már szóba került a Zrínyi. A Zrínyi Szabolcs-Szatmár-Bereg-megyei eredményhirdetésen mindig öröm látnom, hogy az első 10-15-ben ott vannak gyerekek a kis falvakból, ahol ugyanúgy vannak tehetséges, okos gyerekek, mint a nagyobb városokban. A Zrínyin az okos, a gyors gondolkodású gyerekek bejutnak az elsők közé, míg a hagyományos, kidolgozós versenyeken ez nekik sokkal nehezebb.

Még egy megjegyzés a versenyekről. Divatossá vált a tehetséggondozás, és én annak nem örülök, hogy itt a pszichológusok akarják elmondani, hogyan láthatom meg egy gyerekben, tehetséges vagy sem. Ezt egy matematikatanár biztosabban eldönti. De szükség van a lelki gondozásra, mert vannak gyerekek, akik úgy mennek egy versenyre, hogy ott elsők lesznek, és ha mégsem, akkor ez trauma számukra. Nagyon fontosnak tartom Katona Gyula sorait: „Negyedik osztályos (azaz 12. osztályos) koromban azután megértettem, hogy ha valaki nem emelkedik nagyon ki a mezőnyből, csak a legjobbak között van, akkor egy versenyen való szereplés nagyon függ a szerencsétől. Ebben az évben a döntőben az egyik feladat *nem feküdt* nekem: 33. lettem. Ennek ellenére beválogattak az olimpiai csapatba.”

A feladatmegoldás élménye

Most egy éve hunyt el kiváló kollégánk Oláh György. Egyszer a komáromi Nagy Károly Napokon elmondott nekem egy szép feladatot, hogy oldjam meg.

Feladat: Készíts műveletsort a 3, 3, 8, 8 számokból, melynek eredménye 24. Használhatod a négy alapműveletet és zárójeleket.



Próbálkozzunk! Ezekből a számjegyekből a 25-öt többféle módon is előállíthatjuk $25=8+8+3\cdot 3=3\cdot(8+3)-8=(83-8):3$, de hogyan kapjuk meg a 24-et?

Gondolkoztam én ezen, de nem sikerült megfejteni. Gyuri bácsi egy év múlva megkérdezte, megoldottam-e. Két év múlva is megkérdezte … Nem felejtem el azt az élményt, amikor januárban órákon át lapátoltam a havat, és közben kerestem a feladvány megoldását. És rájöttem!

Nagy öröm rájönni egy számunkra nehéz feladat megoldására. Néha ez katartikus élmény.

Ha a diákok már hosszabb ideje keresik egy feladat megoldását, megkérdezem: Elmondjam a megoldást? Az a boldogság, ha azt mondják: *Nem, várjunk még*.

Egyszer egy gyerek azt mondta: A legfontosabb, hogy ne adjuk fel.

Legyen élményszerű a feladatok megoldása!

A vérbeli pedagógus és kiváló matematikus, Péter Rózsa (1905–1977) tanítványai közül a következő tréfás feladat kapcsán próbálta kikeresni a matematikus gondolkodásúakat.

Feladat: Két egyforma pohár egyikébe 1 dl bort, a másikba 1 dl vizet öntünk. Ezután az elsőből kiveszünk egy kanál bort, ezt a vizes pohárba öntjük, és jól elkeverjük. Most ebből a keverékből viszünk egy kanálnyit a boros pohárba. Végeredményben így valamennyi bor került a vízbe, és valamennyi víz a borba. Mi a több: az a bor, ami a vízbe, vagy az a víz, ami a borba jutott?

Rózsa néni szerint nem az a döntő, hogy valaki megoldja-e, hanem az, hogy megérti-e a megoldást.

Ezt a feladatot egy nyári táborban gyerekekkel megbeszéltem. Ott volt egy kolléganő is. Pár évvel később találkoztunk, meséli, hogy járt a Debreceni Egyetemen egy kétéves képzésre, és ott a pszichológus tanár feladta nekik ezt a feladatot. Ő emlékezett arra, hogy ezt a feladatot látta, hallotta és megértette a tábori foglalkozáson. De már nem emlékezett arra, hogyan oldottuk meg! Tanárként hányszor átéljük ezt, és milyen bosszantó, hogy a diákjaink nem emlékeznek, hogyan kell a már begyakorolt típusú feladatot megoldani.

Nem hatékony az a tanítás, ha a tanár érthetően elmondja a tananyagot, és a gyerekek ezt megértik, bólogatnak. Ez a tudás gyorsan elkopik. Debrecenben másképp zajlott az az óra. A csoport együtt vitatta meg, mi lehet a megoldás. Három táborra szakadtak: voltak, akik szerint a borban van több víz, mások szerint a vízben van több bor, és volt egy tábora annak a gondolatnak is, hogy ugyanannyi víz van a borban, mint amennyi bor a vízben. Egy órán át vitatkoztak, győzködték egymást, mire kialakult az egyetértés.

Legyen élményszerű a feladatok megoldása! Akkor megmarad a szerzett tudás.

Más tantárgyakhoz képest szerencsésebb helyzetben vagyunk, mert könnyű sikerélményekhez juttatnunk a diákokat alkalmasan megválasztott feladatok feladásával.

Tanárnak nem születik az ember, hanem fejlődik – nagyon sok időn keresztül. (Kálmán Attila)

Könnyű vagy nehéz?

Tanítottam matematikát tanító szakos hallgatóknak. Egyszer hoztak egy elsős feladatot, kérték, segítsek megoldani.

Feladat: Milyen számok illenek az üres mezőkbe?

5	7	8	4	8	2	
6	5	4	3	6	6	7
6	7	8	4	8		9

Szerintem ez sokaknak nehéz feladat, nekem is az volt. Néha a több ismeret, a több tudás hátrányt jelent, mert bonyolultabban gondolkozunk, mint kellene.

Amíg meg nem oldom, addig egy feladat nehéz. Ha megoldom, akkor is tarthatom nehéznek. Néha egy nehéznek tartott feladat meglepően könnyűvé válhat.

Tudjuk, hogy az egész számokból képzett $\frac{p}{q}$ törtek mindenhol sűrűn helyezkednek el a számegyenesen. Gondolható, hogy ezek a hányadosok sűrűn lesznek akkor is, ha az egészeknek egy szűkebb halmazát választjuk.

Feladat: Igaz-e, hogy bármely két pozitív $x<y$ számhoz van két olyan négyzetszám, hogy $x<\frac{n^2}{m^2}<y$?

Bizonyítás: Az a_n sorozatra teljesüljön, hogy $a_n \to \infty$ és $\frac{a_{n+1}}{a_n} \to 1$. Egy ilyen sorozatból kiválasztható olyan részsorozat is, amelyre $\frac{a_{n+1}}{a_n}$ szigorúan monoton csökken. Ilyen a négyzetszámok sorozata is. Legyen $b_n=\frac{a_{n+1}}{a_n}$, $y>x>1$, $\varepsilon=\frac{y-x}{x}$ és n olyan, hogy $b_n<1+\varepsilon$ és $b_n<x$.

Ekkor $P_m=b_n\cdot b_{n+1}\cdot\ldots\cdot b_{m-1}=\frac{a_m}{a_n}\to\infty$. Ezért van olyan m, amelyre $P_{m-1}\le x<P_m$. Mivel $P_m=P_{m-1}\cdot b_m\le x\cdot b_n<x\cdot(1+\varepsilon)=x+(y-x)=y$, ezért $x<\frac{a_m}{a_n}<y$.

Majdnem versenyfeladat lett belőle. A bizottság elnökének megmutattam a feladatot, ő másnap a következő megoldást hozta.

Van olyan n és m egész szám, amelyre $\sqrt{x}<\frac{n}{m}<\sqrt{y}$, ekkor $x<\frac{n^2}{m^2}<y$.

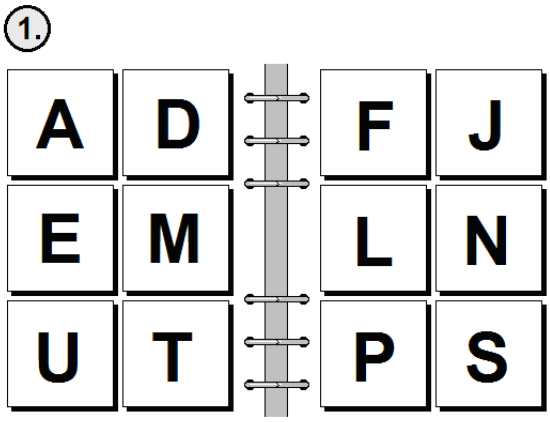
Meglepő és mulatságos.

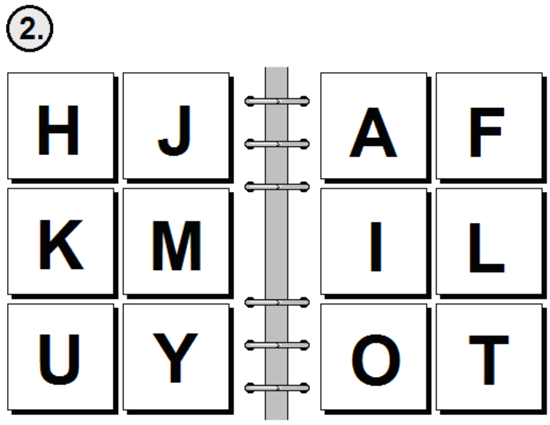
Bongard-problémák

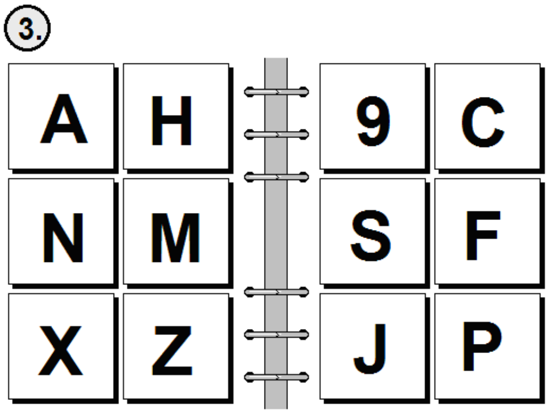
A kérdés az, hogy miben különböznek az első csoport ábrái a második csoport ábráitól? Az ábrák elhelyezkedése és sorrendje lényegtelen egy csoporton belül. Azt kell tehát kitalálni, hogy mi az a tulajdonság, ami közös az első csoport ábráiban, de nem teljesül a második csoport ábráira. A halmazhoz tartozás kritériumát kell megtalálni.

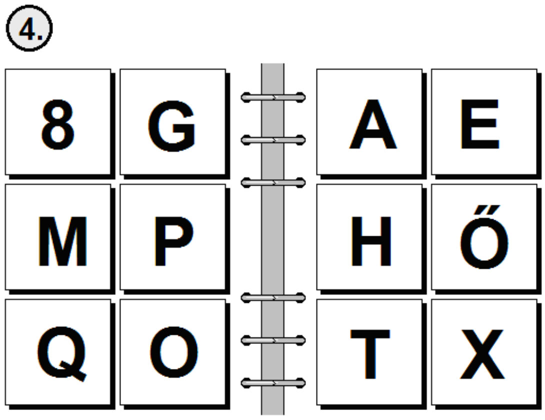
Ezeket a feladványokat alkalmasnak tartom a gondolkodás rugalmasságának fejlesztésére. A matematikafeladatok megoldásánál is találkozunk hasonló problémahelyzetekkel: fel kell ismernünk egy tulajdonságot, ami jellemző az adott helyzetben.

Az interneten a keresővel gyorsan találunk több Bongard-problémát, egy 280 problémából álló gyűjteményt. Ilyen feladványokat mi is készíthetünk, könnyebbeket-nehezebbeket.









Milyen képletet kell használni?

Két éve 3 hónapig tanítottam egy kilencedikes osztályt. Az óra témája: Skatulya-elv. Első feladat: Egy zsákban 10 db fekete és 10 db fehér azonos méretű zokni van, melyek között csak a szín alapján lehet különbséget tenni. Becsukott szemmel hány darabot kell kivenni, hogy biztosan legyen köztük egy pár azonos színű zokni?

Jelentkezik az egyik diák: – Milyen képletet kell használni?

Ne legyenek ilyen kérdések. Ezért ne csak a mechanikus eljárásokat gyakoroljuk. Ismerjék meg a diákok a gondolkodás élményét.